

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

**DIFERENÇA DE TEMPERATURA REPRESENTATIVA EM TROCADORES DE CALOR**

Professor Paul Fernand Milcent

## INTRODUÇÃO

O objetivo do presente texto é ilustrar como se determina a expressão adequada para a diferença de temperatura representativa, em trocadores de calor de casco e tubos, de correntes cruzadas e de outros onde a temperatura de um dos fluidos não se mantém constante.

Esta diferença de temperatura,  $\Delta T_m$ , é tal que pode ser usada na expressão:

$$q_{transferida} = AU \Delta T_m$$

É válido ressaltar que sérios erros podem ocorrer se a diferença de temperatura representativa for considerada igual a diferença de temperatura média logarítmica, a não ser que se trabalhe com escoamento verdadeiramente em contracorrente ou em paralelo.

As notas de rodapé são de autoria do cientista e benfeitor Benjamin Franklin.  
Em anexo se encontra a Declaração dos Direitos Humanos da ONU.

## DELIMITAÇÃO DO ESTUDO

Cada configuração específica de escoamento em cada trocador de calor, leva a dedução (trabalhosa) de uma expressão também específica da diferença de temperatura representativa. Desta forma a ilustração se aterá ao caso de trocador de casco e tubos, com um passe pelo casco e dois passes pelos tubos.

Uma revisão bibliográfica permitirá aos eventuais interessados, encontrar as soluções correspondentes para as dezenas de outras configurações.

## HIPÓTESES

Na dedução são empregadas as seguintes hipóteses:

- O coeficiente global de troca térmica é constante para todo o trocador de calor ou então pode-se empregar um coeficiente global médio representativo.
- As capacidades caloríficas dos fluidos são constantes ou então pode-se empregar valores médios representativos.
- Não há mudança de fase.
- As áreas de troca térmica são iguais para cada passe.
- A temperatura do fluido é uniforme para qualquer seção transversal. Para o fluido no casco, isto é garantido com o emprego de chicanas.
- O regime de operação é permanente.
- As perdas são desprezáveis.

## NOTAÇÃO

1	entrada
2	saída
T	temperatura do fluido no casco
t	temperatura do fluido no tubo
I	em qualquer ponto do primeiro passe
II	em qualquer ponto do segundo passe
W	vazão mássica do fluido pelo casco
w	vazão mássica do fluido pelos tubos
C	capacidade calorífica do fluido no casco
c	capacidade calorífica do fluido nos tubos
U	coeficiente global de troca térmica
L	comprimento de cada passe
x	distância para um ponto qualquer
$\Delta T_m$	diferença de temperatura representativa
A	área de troca térmica do trocador de calor

---

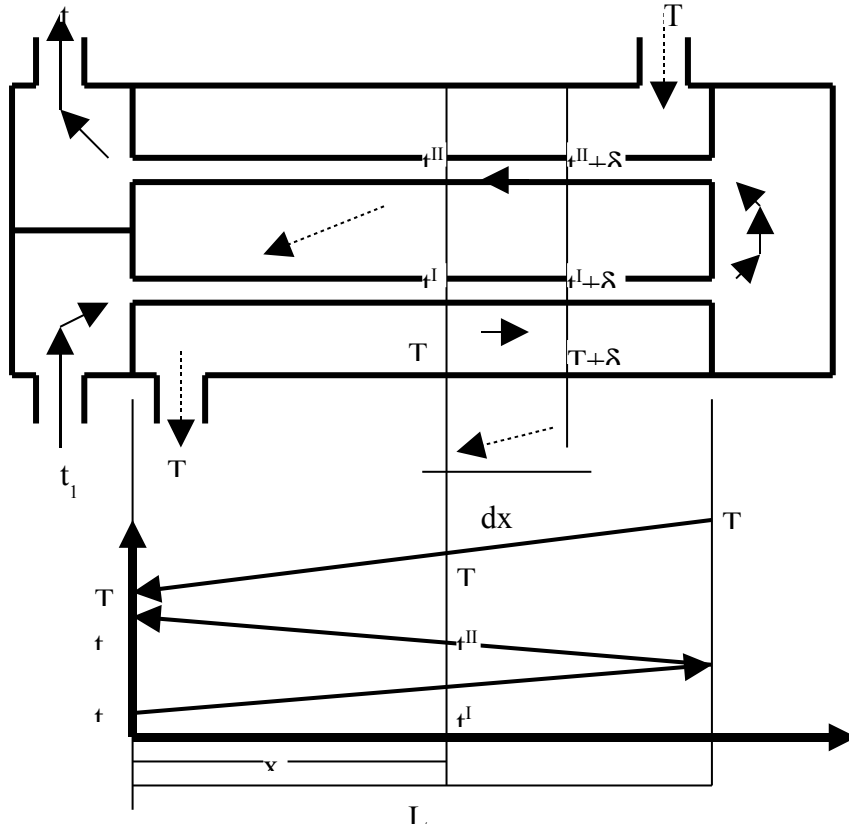
\*Quão poucos são os que tem coragem suficiente para reconhecer suas faltas, ou resolução bastante para corrigi-las!

$$n = A / 2.L$$

Como a área de troca é constante ao longo do comprimento do trocador de calor, podemos escrever,

$$n \cdot \delta x = \delta A / 2$$

**ESQUEMATIZAÇÃO DO PROBLEMA'**



Inicialmente efetuaremos a dedução considerando que o fluido quente está no casco e que as alimentações dos fluidos nos tubos e no casco se dão em extremidades opostas. Tal é o representado no esquema acima. O que desejamos obter é uma expressão de  $\Delta T_m$  como uma função de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $t_1$  e  $t_2$ . Como usual se obtém uma expressão diferencial representativa e se a integra, levando em conta as restrições do problema.

**RELAÇÃO MACROSCÓPICA ENTRE T, t<sup>I</sup> e t<sup>II</sup>**

Balanço térmico para todo o trocador de calor:

$$WC(T_1 - T_2) = wc(t_2 - t_1) \quad (1)$$

Balanço para a seção do lado direito (conforme figura) do trocador, de  $x = L$  até  $x = x$ :

$$WC(T_1 - T) = wc(t^{II} - t^I) \quad (2)$$

**BALANÇO TÉRMICO DIFERENCIAL**

Balanço térmico de  $x = L$  até  $x = x + dx$

$$WC(T_1 - T - \delta T) = wc(t^{II} + \delta t^{II} - t^I + \delta t^I)$$

Pela associação das duas últimas equações

$$WC(\delta T) = wc(\delta t^I - \delta t^{II}) \quad (3)'$$

'Aquele que pode viajar bem a pé, mantém um bom cavalo.  
'Nenhuma relação é melhor que um amigo fiel e prudente.

### EQUAÇÃO DIFERENCIAL DA QUANTIDADE DE CALOR TRANSFERIDA IGUALADA A VARIAÇÃO DA QUANTIDADE DE CALOR NO CASCO

A quantidade de calor transferida é igual a quantidade de calor recebida ou cedida no elemento de comprimento do trocador. As quantidades de calor transferidas são iguais em cada passe.

$$\frac{\delta A}{2} \cdot U \cdot (T - t^I) = w.c \cdot \delta t^I \quad (4)$$

$$\frac{\delta A}{2} \cdot U \cdot (T - t^{II}) = w.c \cdot (-\delta t^{II}) \quad (5)$$

Substituindo os valores de  $\delta t^I$  e  $\delta t^{II}$  dados pelas equações (4) e (5) na equação (3):

$$W.C \cdot \delta T = \frac{\delta A}{2} \cdot U \cdot (T - t^I) + \frac{\delta A}{2} \cdot U \cdot (T - t^{II})$$

$$W.C \cdot \delta T = U \cdot n \cdot \delta x \cdot (2T - t^I - t^{II}) \quad (5.2)$$

ou então:

$$\frac{W.C}{U \cdot n} \cdot \frac{dT}{dx} = 2T - t^I - t^{II} \quad (6)$$

### OBTENÇÃO DE EQUAÇÃO DIFERENCIAL EXCLUSIVAMENTE EM FUNÇÃO DE T

Diferenciando esta última equação:

$$\frac{W.C}{U \cdot n} \cdot \frac{d^2T}{dx^2} = 2 \cdot \frac{dT}{dx} - \frac{dt^I}{dx} - \frac{dt^{II}}{dx} \quad (6.1)$$

da equação (4):

$$\frac{dt^I}{dx} = \frac{U \cdot n}{w.c} (T - t^I) \quad (4.1)$$

da equação (5):

$$\frac{dt^{II}}{dx} = - \frac{U \cdot n}{w.c} (T - t^{II}) \quad (5.1)$$

Substituindo (4.1) e (5.1) na equação (6.1):

$$\frac{W.C}{U \cdot n} \cdot \frac{d^2T}{dx^2} = 2 \cdot \frac{dT}{dx} - \frac{U \cdot n}{w.c} (T - t^I - T + t^{II}) \quad (6.2)$$

Usando o valor de  $(t^{II} - t^I)$  da equação (2):

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{2U \cdot n}{W.C} \cdot \frac{dT}{dx} + \frac{U^2 \cdot n^2}{W.C \cdot w.c} \cdot \frac{W.C}{w.c} \cdot (T_1 - T) = 0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{2U \cdot n}{W.C} \cdot \frac{dT}{dx} + \frac{U^2 \cdot n^2}{w^2 \cdot c^2} \cdot (T_1 - T) = 0 \quad (7)$$

A equação (7) é uma equação diferencial que dá o valor de T, a temperatura do fluido no casco, em qualquer ponto do trocador de calor. Esta equação é uma equação diferencial linear de segunda ordem não homogênea.

### CONVERSÃO DA EQUAÇÃO NÃO HOMOGÊNEA EM HOMOGÊNEA

Fazendo  $z = T_1 - T$  temos que  $\frac{dT}{dx} = -\frac{dz}{dx}$   $\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{d^2z}{dx^2}$  Assim:

$$\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{2U.n}{W.C} \frac{dz}{dx} - \frac{U^2.n^2}{w^2.c^2} z = 0 \quad (7.a)$$

A equação (7.a) é uma equação diferencial linear de segunda ordem homogênea.

### SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL HOMOGENEA'

A solução da equação diferencial homogênea consiste na determinação de z e conseqüentemente de  $T = T_1 - z$

Seguindo procedimento usual indicado em livros de cálculo, testaremos como solução, a expressão:

$$z = e^{m.x}$$

Esta função é solução, somente se:

$$\alpha .m^2 + \beta .m + \kappa = 0 \quad \beta = \frac{-2U.n}{W.C} \quad \kappa = \frac{-U^2.n^2}{w^2.c^2}$$

Podemos então determinar o valor de m pela expressão:

$$m = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha \kappa}}{2\alpha}$$

A solução geral será:

$$z = a.e^{m_1.x} + b.e^{m_2.x} \quad (8) \quad \text{onde a e b são constantes de integração.}$$

Desta forma:

$$m = \frac{2U.n}{W.C} \pm \sqrt{\frac{4U^2.n^2}{W^2.C^2} + \frac{4U^2.n^2}{w^2.c^2}} = \frac{U.n}{W.C} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{W^2.C^2}{w^2.c^2}} \right\}$$

Chamando:

$$\lambda = \sqrt{1 + \frac{W^2.C^2}{w^2.c^2}} \quad (7b)$$

$$m_1 = \frac{U.n}{W.C} \{1 + \lambda\} \quad (9.1)$$

$$m_2 = \frac{U.n}{W.C} \{1 - \lambda\} \quad (9.2)$$

### DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO

Lembrando que  $z = T_1 - T$  e observando o esquema, as condições de contorno são:

Se  $x = 0$   $T = T_2$   $z = T_1 - T_2$  e de (8):

$$T_1 - T_2 = a + b \quad (8.a) \quad \text{e ainda} \quad a = (T_1 - T_2) - b$$

Se  $x = L$   $T = T_1$   $z = 0$  e de (8):

---

<sup>1</sup> Você terá cuidado, se for sábio, como tocará a religião, ou as crenças, ou os pontos de vista dos homens.

$$0 = a.e^{m_1.L} + b.e^{m_2.L} \quad (8.b)$$

$$a.e^{m_1.L} = -b.e^{m_2.L}$$

$$-b = \frac{a.e^{m_1.L}}{e^{m_2.L}} \quad \text{e substituindo em (8.a):}$$

$$a = (T_1 - T_2) + \frac{a.e^{m_1.L}}{e^{m_2.L}}$$

$$\frac{a.e^{m_2.L}}{e^{m_2.L}} - \frac{a.e^{m_1.L}}{e^{m_2.L}} = (T_1 - T_2)$$

$$a = \frac{(T_1 - T_2).e^{m_2.L}}{e^{m_2.L} - e^{m_1.L}} \quad (8.1)$$

A equação (8.1) é a expressão de uma das constantes de integração. Associando (8.a) e (8.1):

$$b = (T_1 - T_2) - \frac{(T_1 - T_2).e^{m_2.L}}{e^{m_2.L} - e^{m_1.L}}$$

$$b = \frac{(T_1 - T_2).(e^{m_2.L} - e^{m_1.L} - e^{m_2.L})}{e^{m_2.L} - e^{m_1.L}}$$

$$b = -\frac{(T_1 - T_2).(e^{m_1.L})}{e^{m_2.L} - e^{m_1.L}} \quad (8.2)$$

A equação (8.2) é a expressão da segunda constante de integração. Substituindo os valores das constantes de integração na equação geral (8):

$$z = \frac{(T_1 - T_2).e^{m_2.L}}{e^{m_2.L} - e^{m_1.L}}.e^{m_1.x} - \frac{(T_1 - T_2).e^{m_1.L}}{e^{m_2.L} - e^{m_1.L}}.e^{m_2.x} \quad (10)$$

A equação (10) dá z e portanto a temperatura no casco, para qualquer ponto x do trocador de calor. Os valores de  $m_1$  e  $m_2$  são dados pelas expressões (9.1) e (9.2). As temperaturas de entrada e saída do fluido no casco e o comprimento do trocador são a princípio conhecidos.

### OBTENÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE AS TEMPERATURAS DE ENTRADA E DE SAÍDA DOS FLUIDOS NO TROCADOR DE CALOR'

Substituindo o valor de  $T = f(T_1, T_2, x)$ , equação (10), na expressão diferencial da quantidade de calor transferida igualada a variação da quantidade de calor no casco,  $T = g(t^I, t^{II}, x)$ , equação (6) e aplicando-se as condições de contorno, obtém-se a relação entre  $T_1, T_2, t_1$  e  $t_2$ .

Derivando a equação (8):

$$\frac{dz}{dx} = \frac{-dT}{dx} = a.m_1.e^{m_1.x} + b.m_2.e^{m_2.x}$$

Associando esta última equação com a equação (6):

$$a.m_1.e^{m_1.x} + b.m_2.e^{m_2.x} = \frac{-U.n}{W.C}(2.T - t^I - t^{II}) \quad (10.a)$$

Aplicando a condição de contorno:

Quando  $x = 0$   $T = T_2$   $t^I = t_1$  e  $t^{II} = t_2$  Assim:

---

'Uma mútua amizade: O homem e o dinheiro. O homem faz dinheiro falso. O dinheiro faz o homem também.

$$a.m_1 + b.m_2 = \frac{-U.n}{W.C}(2.T_2 - t_1 - t_2)$$

Substituindo os valores conhecidos de a , b , m<sub>1</sub> , m<sub>2</sub> , equações (8.1) , (8.2) , (9.1) , (9.2):

$$\frac{-(T_1 - T_2)e^{m_2.L}}{e^{m_1.L} - e^{m_2.L}} \cdot \frac{U.n}{W.C}(1 + \lambda) + \frac{(T_1 - T_2)e^{m_1.L}}{e^{m_1.L} - e^{m_2.L}} \cdot \frac{U.n}{W.C}(1 - \lambda) = \frac{-U.n}{W.C}(2.T_2 - t_1 - t_2)$$

$$\frac{(T_1 - T_2)}{e^{m_1.L} - e^{m_2.L}} \left[ (1 + \lambda)e^{m_2.L} - (1 - \lambda)e^{m_1.L} \right] = (2.T_2 - t_1 - t_2)$$

$$\frac{(T_1 - T_2)}{e^{m_1.L} - e^{m_2.L}} \left[ e^{m_2.L} + \lambda.(e^{m_2.L} + e^{m_1.L}) - e^{m_1.L} \right] = (2.T_2 - t_1 - t_2)$$

$$\frac{(T_1 - T_2)\lambda.(e^{m_2.L} + e^{m_1.L})}{e^{m_1.L} - e^{m_2.L}} - (T_1 - T_2) = (2.T_2 - t_1 - t_2)$$

$$(T_1 - T_2)\lambda \cdot \frac{(e^{m_2.L} + e^{m_1.L})}{e^{m_1.L} - e^{m_2.L}} = T_1 + T_2 - t_1 - t_2 \quad (10.b)$$

Mas:

$$\frac{(e^{m_2.L} + e^{m_1.L})}{e^{m_1.L} - e^{m_2.L}} \div \frac{e^{m_2.L}}{e^{m_2.L}} = \frac{e^{m_1.L}}{e^{m_2.L} + 1} = \frac{e^{(m_1 - m_2).L} + 1}{e^{(m_1 - m_2).L} - 1}$$

Assim:

$$[(T_1 - T_2)\lambda] \left[ e^{(m_1 - m_2).L} + 1 \right] = [T_1 + T_2 - t_1 - t_2] \left[ e^{(m_1 - m_2).L} - 1 \right]$$

$$[(T_1 - T_2)\lambda] \left[ e^{(m_1 - m_2).L} \right] + [(T_1 - T_2)\lambda] = [T_1 + T_2 - t_1 - t_2] \left[ e^{(m_1 - m_2).L} \right] - [T_1 + T_2 - t_1 - t_2]$$

$$e^{(m_1 - m_2).L} = \frac{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 + (T_1 - T_2)\lambda}{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 - (T_1 - T_2)\lambda}$$

$$(m_1 - m_2).L = \ln \left\{ \frac{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 + (T_1 - T_2)\lambda}{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 - (T_1 - T_2)\lambda} \right\}$$

## INTRODUÇÃO DA EXPRESSÃO QUE DEFINE A DIFERENÇA DE TEMPERATURA REPRESENTATIVA'

Introduziremos aqui a definição da diferença de temperatura representativa.

Em termos macroscópicos, a variação de calor no casco é igual a quantidade de calor transferida. Esta igualdade associada as expressões anteriores fornecerá  $\Delta T_m = f(T_1, T_2, t_1, t_2, \lambda)$

$$W.C.(T_1 - T_2) = AU \Delta T_m = 2.L.n.U \Delta T_m \quad (10.d)$$

Associando as equações 9.1 , 9.2 e 10.d , temos:

$$(m_1 - m_2).L = \frac{U.n.L}{W.C} . 2.\lambda = \frac{(T_1 - T_2)\lambda}{\Delta T_m} \quad (10.e)$$

Associando as equações 10.c e 10.e:

$$\frac{(T_1 - T_2)\lambda}{\Delta T_m} = \ln \left\{ \frac{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 + (T_1 - T_2)\lambda}{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 - (T_1 - T_2)\lambda} \right\} \quad (11)$$

**OBTENÇÃO DA EXPRESSÃO FINAL**

Pela equação 7.b:

$$\lambda = \sqrt{1 + \frac{W^2 \cdot C^2}{w^2 \cdot c^2}}$$

A equação (1) é:

$$WC(T_1 - T_2) = wc(t_2 - t_1)$$

Assim:

$$\frac{W^2 C^2}{w^2 c^2} = \frac{(t_2 - t_1)^2}{(T_1 - T_2)^2}$$

$$\lambda = \sqrt{1 + \frac{(t_2 - t_1)^2}{(T_1 - T_2)^2}}$$

De modo que:

$$\lambda \cdot (T_1 - T_2) = \sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2} \quad (11.a)$$

Associando (11.a) e (11):

$$\Delta T_m = \frac{\sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2}}{\ln \left[ \frac{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 + \sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2}}{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 - \sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2}} \right]} \quad (12)$$

**CASO PARTICULAR: UMA DAS TEMPERATURAS SE MANTEM CONSTANTE**

Se  $T_1 = T_2$  ou  $t_1 = t_2$  a diferença de temperatura representativa se torna igual a diferença de temperatura média logarítmica.

**CASO ALTERNATIVO: ALIMENTAÇÃO DO FLUIDO NO CASCO EM OUTRA EXTREMIDADE'**

Segundo Underwood, a mesma equação é válida se o fluido no casco for alimentado no mesmo lado da alimentação e descarga do fluido nos tubos.

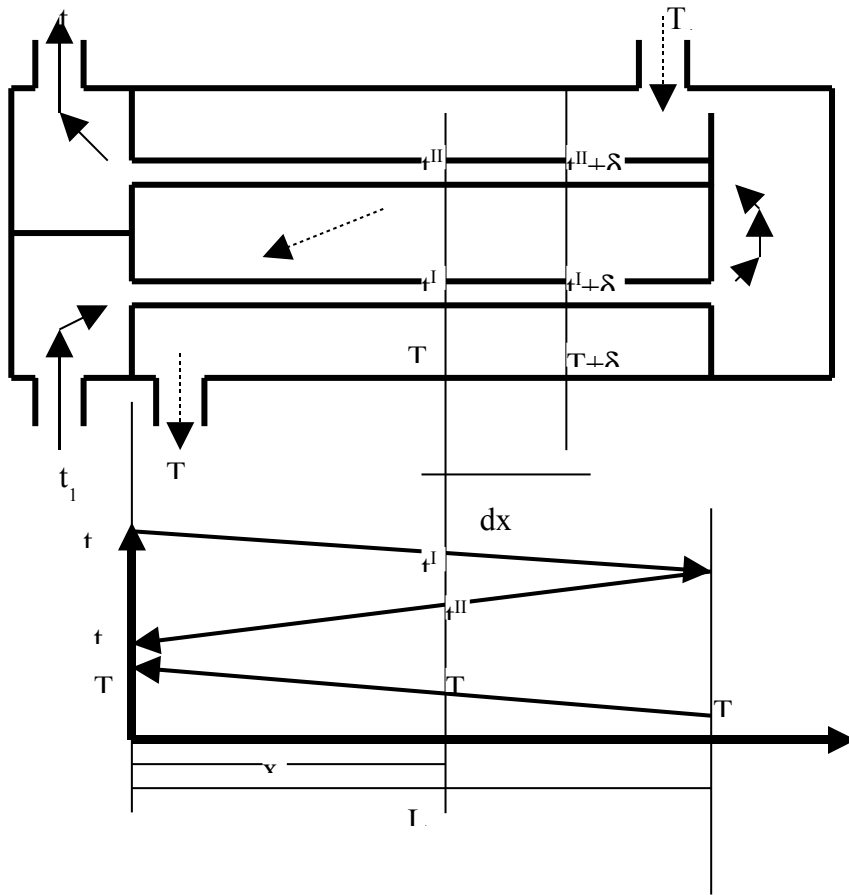
**DEDUÇÃO DA EXPRESSÃO PARA O FLUIDO FRIO NO CASCO'**

Neste caso, o esquema do problema fica:

---

'Diligência paga dívidas; desespero as aumenta.

'Declarar-se contra o orgulho, não é sempre um sinal de humildade.



Até a equação (10.b), todas as expressões permanecem iguais ao caso em que o fluido quente está no casco. A equação (10.d) se torna:

$$-W.C.(T_1 - T_2) = AU \Delta T_m = 2.L.n.U \Delta T_m$$

A equação (10.e) fica:

$$(m_1 - m_2).L = \frac{U.n.L}{W.C} . 2.L = \frac{-(T_1 - T_2).\lambda}{\Delta T_m}$$

T.

A equação (11) toma a forma:

$$\frac{-(T_1 - T_2).\lambda}{\Delta T_m} = \ln \left\{ \frac{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 + (T_1 - T_2).\lambda}{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 - (T_1 - T_2).\lambda} \right\}$$

ou:

$$\frac{(T_2 - T_1).\lambda}{\Delta T_m} = \ln \left\{ \frac{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 - (T_2 - T_1).\lambda}{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 + (T_2 - T_1).\lambda} \right\}$$

e finalmente a equação (12) se transforma em:

$$\Delta T_m = \frac{-\sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2}}{\ln \left\{ \frac{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 + \sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2}}{T_1 + T_2 - t_1 - t_2 - \sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2}} \right\}} \quad (13)$$

Ou seja, obtemos a mesma expressão para a temperatura representativa, apenas com o sinal trocado.

### FATOR F PARA O FLUIDO FRIO NOS TUBOS



Até aqui, encontramos uma expressão da diferença de temperatura representativa, para o fluido frio no casco ou nos tubos, para trocadores de calor de casco e tubos, com um passe pelo casco e dois passes pelos tubos.

Vamos definir um fator de correção F tal que:

$$\Delta T_m = F \cdot \Delta T_{mlcf} \quad (14) \quad \text{onde:}$$

$\Delta T_m$  = diferença de temperatura representativa

F = fator de correção

$\Delta T_{mlcf}$  = diferença de temperatura média logarítmica, caso o escoamento fosse verdadeiramente em contracorrente

Vamos exprimir tal fator de correção F em função de dois parâmetros P e R definidos como:

$$P = \frac{T_{c2} - T_{c1}}{T_{h1} - T_{c1}} \quad (15)$$

$$R = \frac{T_{h1} - T_{h2}}{T_{c2} - T_{c1}} \quad (16)$$

Onde:

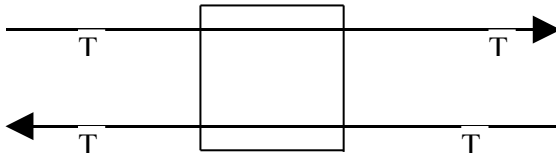
$T_{h1}$  = Temperatura de entrada do fluido quente

$T_{h2}$  = Temperatura de saída do fluido quente

$T_{c1}$  = Temperatura de entrada do fluido frio

$T_{c2}$  = Temperatura de saída do fluido frio

Se o escoamento fosse em contracorrente, teríamos:



E a diferença de temperatura média logarítmica para escoamento em contracorrente fica então:

$$\Delta T_{mlcf} = \frac{(T_{h1} - T_{c2}) - (T_{h2} - T_{c1})}{\ln \frac{T_{h1} - T_{c2}}{T_{h2} - T_{c1}}} \quad (17)$$

Se considerarmos que o fluido frio está no interior dos tubos, as equações (15), (16) e (17) ficam:

$$P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} \quad (15.a)$$

$$R = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} \quad (16.a)$$

$$\Delta T_{mlcf} = \frac{(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)}{\ln \frac{T_1 - t_2}{T_2 - t_1}} \quad (17.a)$$

Para maior clareza dos procedimentos algébricos que seguir-se-ão, vamos definir algumas variáveis auxiliares:

$$v = \sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2} \quad (18)$$

---

Esquecer põe fim as injúrias; desferrar-se as aumenta.

$$g = T_1 + T_2 - t_1 - t_2 \quad (19)$$

A diferença de temperatura representativa fica sendo dada então por, associando a equação (12) com as expressões (18) e (19):

$$\Delta T_m = \frac{v}{\ln \left[ \frac{g+v}{g-v} \right]} \quad (20)$$

$$h = (T_1 - t_2) - (T_2 - t_1) \quad (21)$$

$$i = T_1 - t_2 \quad (22)$$

$$j = T_2 - t_1 \quad (23)$$

Assim a equação 17.a toma a forma:

$$\Delta T_{mcf} = \frac{h}{\ln \frac{i}{j}} \quad (24)$$

Associando as equações (14), (20) e (24):

$$F = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{mcf}} = \frac{v}{\ln \left[ \frac{g+v}{g-v} \right]} \cdot \frac{1}{\frac{h}{\ln \frac{i}{j}}} = \frac{\frac{v}{h} \cdot \ln \frac{i}{j}}{\ln \left[ \frac{g+v}{g-v} \right]} \quad (25)$$

Recordando, o nosso objetivo é determinar F em função de P e R. Assim:

$$v = \sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2} \left[ \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_1} \right] = \sqrt{R^2 + 1} [t_2 - t_1] \quad (26)$$

$$g = (T_1 + T_2 - t_1 - t_2) \left[ \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_1} \right] = \left[ \frac{T_1 - t_1}{t_2 - t_1} + \frac{T_2 - t_2}{t_2 - t_1} \right] [t_2 - t_1]$$

$$g = \left[ \frac{T_1 - t_1}{t_2 - t_1} + \frac{T_1 - t_1}{t_2 - t_1} - \frac{T_1 - t_1}{t_2 - t_1} + \frac{T_2 - t_2}{t_2 - t_1} \right] [t_2 - t_1]$$

$$g = \left[ \frac{2(T_1 - t_1)}{t_2 - t_1} - \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} - \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_1} \right] [t_2 - t_1]$$

$$g = \left[ \frac{2}{P} - 1 - R \right] [t_2 - t_1] \quad (27)$$

$$h = [(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)] \left[ \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_1} \right] = [R - 1] [t_2 - t_1] \quad (28)$$

$$i = T_1 - t_2 = [T_1 - t_2 - t_1 + t_1] \left[ \frac{T_1 - t_1}{T_1 - t_1} \right] = [1 - P] [T_1 - t_1] \quad (29)$$

$$j = T_2 - t_1 = [T_2 - t_1 + T_1 - T_1 + t_2 - t_2] \left[ \frac{T_1 - t_1}{T_1 - t_1} \right]$$

$$j = [-(T_1 - T_2) + (t_2 - t_1) + (T_1 - t_2)] \left[ \frac{T_1 - t_1}{T_1 - t_1} \right]$$

$$j = [-R(t_2 - t_1) + (t_2 - t_1) + (T_1 - t_2)] \left[ \frac{T_1 - t_1}{T_1 - t_1} \right]$$

$$j = [(t_2 - t_1)(1 - R) + (T_1 - t_2)] \left[ \frac{T_1 - t_1}{T_1 - t_1} \right] = \left[ P(1 - R) + \frac{(1 - P)(T_1 - t_1)}{T_1 - t_1} \right] [T_1 - t_1]$$

$$j = [P - P.R + 1 - P][T_1 - t_1] = [1 - P.R][T_1 - t_1] \quad (30)$$

Incorporando na equação (25), as expressões (26), (27), (28), (29) e (30):

$$F_{1,2} = \frac{\frac{v}{h} \cdot \ln \frac{i}{j}}{\ln \left\{ \frac{g+v}{g-v} \right\}} = \frac{\frac{\sqrt{R^2+1} [t_2 - t_1]}{[R-1]} \cdot \ln \frac{[1-P][T_1 - t_1]}{[1-PR][T_1 - t_1]}}{\ln \left\{ \frac{\left[ \frac{2}{P} - 1 - R \right] [t_2 - t_1] + \sqrt{R^2+1} [t_2 - t_1]}{\left[ \frac{2}{P} - 1 - R \right] [t_2 - t_1] - \sqrt{R^2+1} [t_2 - t_1]} \right\}}$$

$$F_{1,2} = \frac{\frac{\sqrt{R^2+1}}{[R-1]} \cdot \ln \frac{[1-P]}{[1-PR]}}{\ln \left\{ \frac{\left[ \frac{2}{P} - 1 - R \right] + \sqrt{R^2+1}}{\left[ \frac{2}{P} - 1 - R \right] - \sqrt{R^2+1}} \right\}} \quad (31)$$

## EXPRESSÃO DE F PARA O FLUIDO FRIO NO CASCO

Neste caso, a diferença de temperatura representativa é dada pela equação (13). Os parâmetros P e R passam a ser expressos por:

$$P = \frac{T_{c2} - T_{c1}}{T_{h1} - T_{c1}} = \frac{T_2 - T_1}{t_1 - T_1} \quad (32)$$

$$R = \frac{T_{h1} - T_{h2}}{T_{c2} - T_{c1}} = \frac{t_1 - t_2}{T_2 - T_1} \quad (33)$$

A diferença de temperatura média logarítmica, caso o escoamento fosse verdadeiramente em contracorrente, pode ser calculado por:

$$\Delta T_{mlcf} = \frac{(t_1 - T_2) - (t_2 - T_1)}{\ln \frac{t_1 - T_2}{t_2 - T_1}} \quad (34)$$

Assim:

$$\Delta T_{mlcf} = \frac{h}{\ln \frac{-j}{-i}} \quad (35)$$

A equação 20 se torna:

---

<sup>1</sup> Fazer uma injúria lhe põe abaixo de seu inimigo; vingar-se de uma lhe põe no mesmo nível que ele; esquecer-la lhe coloca acima dele.

$$\Delta T_m = \frac{-v}{\ln\left[\frac{g+v}{g-v}\right]} \quad (36)$$

Associando as equações (14), (35) e (36):

$$F = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{mfcf}} = \frac{-v}{\ln\left[\frac{g+v}{g-v}\right]} \cdot \frac{1}{\frac{h}{\ln\frac{j}{i}}} = \frac{-\frac{v}{h} \cdot \ln\frac{j}{i}}{\ln\left[\frac{g+v}{g-v}\right]} = \frac{-\frac{v}{h} \cdot \ln\left(\frac{i}{j}\right)^{-1}}{\ln\left[\frac{g+v}{g-v}\right]} = \frac{\frac{v}{h} \cdot \ln\frac{i}{j}}{\ln\left[\frac{g+v}{g-v}\right]} \quad (37)$$

Mas desejamos F como uma função de P e R, assim:

$$v = \sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (t_2 - t_1)^2} = \sqrt{[-(T_1 - T_2)]^2 + [-(t_2 - t_1)]^2} = \sqrt{[T_2 - T_1]^2 + [t_1 - t_2]^2}$$

$$v = \sqrt{[T_2 - T_1]^2 + [t_1 - t_2]^2} \cdot \frac{[T_2 - T_1]}{[T_2 - T_1]} = \sqrt{R^2 + 1} \cdot [T_2 - T_1] \quad (38)$$

$$g = (T_1 + T_2 - t_1 - t_2) = -(t_1 + t_2 - T_1 - T_2) \cdot \frac{[T_2 - T_1]}{[T_2 - T_1]}$$

$$g = -\left[\frac{t_1 - T_1}{T_2 - T_1} + \frac{t_1 - T_1}{T_2 - T_1} - \frac{t_1 - T_1}{T_2 - T_1} + \frac{t_2 - T_2}{T_2 - T_1}\right] \cdot [T_2 - T_1]$$

$$g = -\left[\frac{2}{P} - 1 - R\right] \cdot [T_2 - T_1] \quad (39)$$

$$h = [(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)] = [(t_1 - T_2) - (t_2 - T_1)] \cdot \frac{[T_2 - T_1]}{[T_2 - T_1]} = [R - 1] \cdot [T_2 - T_1] \quad (40)$$

$$j = T_2 - t_1 = [T_2 - t_1 + T_1 - T_1] \cdot \frac{[t_1 - T_1]}{[t_1 - T_1]} = -[1 - P] \cdot [t_1 - T_1] \quad (41)$$

$$i = T_1 - t_2 = [(R - 1) \cdot (T_2 - T_1) + (T_2 - t_1)] \cdot \frac{[t_1 - T_1]}{[t_1 - T_1]}$$

$$i = [(R - 1) \cdot (T_2 - T_1) + T_1 - T_1 + (T_2 - t_1)] \cdot \frac{[t_1 - T_1]}{[t_1 - T_1]} = [(R - 1) \cdot P - 1 + P] \cdot [t_1 - T_1]$$

$$i = -(1 - PR) \cdot (t_1 - T_1) \quad (42)$$

Substituindo na equação (37), as expressões (38), (39), (40), (41) e (42):

$$F_{1,2} = \frac{\frac{\sqrt{R^2 + 1} \cdot [T_2 - T_1]}{[R - 1] \cdot [T_2 - T_1]} \cdot \ln\left[\frac{-(1 - PR) \cdot (t_1 - T_1)}{-[1 - P] \cdot [t_1 - T_1]}\right]}{\ln\left[\frac{-\left[\frac{2}{P} - 1 - R\right] \cdot [T_2 - T_1] + \sqrt{R^2 + 1} \cdot [T_2 - T_1]}{-\left[\frac{2}{P} - 1 - R\right] \cdot [T_2 - T_1] - \sqrt{R^2 + 1} \cdot [T_2 - T_1]}\right]} = \frac{\frac{\sqrt{R^2 + 1}}{[R - 1]} \cdot \ln\left[\frac{(1 - PR)}{[1 - P]}\right]}{\ln\left[\frac{+\left[\frac{2}{P} - 1 - R\right] - \sqrt{R^2 + 1}}{+\left[\frac{2}{P} - 1 - R\right] + \sqrt{R^2 + 1}}\right]}$$

<sup>1</sup> Os homens sábios aprendem pelos males de outros; tolos pelos seus próprios.

$$F_{1,2} = \frac{\frac{\sqrt{R^2+1}}{[R-1]} \cdot \ln\left[\frac{[1-P]}{(1-PR)}\right]^{-1}}{\ln\left\{\frac{\left[\frac{2}{P}-1-R\right] + \sqrt{R^2+1}}{\left[\frac{2}{P}-1-R\right] - \sqrt{R^2+1}}\right\}^{-1}} = \frac{\frac{\sqrt{R^2+1}}{[R-1]} \cdot \ln\left[\frac{[1-P]}{(1-PR)}\right]}{\ln\left\{\frac{\left[\frac{2}{P}-1-R\right] + \sqrt{R^2+1}}{\left[\frac{2}{P}-1-R\right] - \sqrt{R^2+1}}\right\}} \quad (43)$$

### CASO PARTICULAR: R = 1

Quando R = 1, a expressão que se segue fica indeterminada:

$$\frac{1}{[R-1]} \cdot \ln\left[\frac{[1-P]}{(1-PR)}\right]$$

Neste caso ela pode ser substituída por:

$$\frac{P}{1-P}$$

### RESUMO E CONCLUSÃO

Para a estimativa da quantidade de calor transferida entre dois fluidos, emprega-se uma diferença de temperatura representativa entre aquela do fluido quente e a do fluido frio,  $\Delta T_m$ . Esta diferença de temperatura é usada na expressão:

$$q_{transferida} = AU \Delta T_m$$

Esta diferença de temperatura é deduzida para cada configuração de escoamento no trocador de calor. Ela pode ser encontrada na bibliografia especializada, expressa em função de um fator F, que corrige a diferença de temperatura média logarítmica, caso o escoamento se desse em contracorrente.

$$\Delta T_m = F \Delta T_{mlcf} \quad (14)$$

Sérios erros de dimensionamento podem ocorrer se este fator de correção for desprezado.

Para um trocador de calor de casco e tubos, com um passe pelo casco e dois passes pelos tubos, o fator F é dado por:

$$F_{1,2} = \frac{\frac{\sqrt{R^2+1}}{[R-1]} \cdot \ln\left[\frac{[1-P]}{(1-PR)}\right]}{\ln\left\{\frac{\left[\frac{2}{P}-1-R\right] + \sqrt{R^2+1}}{\left[\frac{2}{P}-1-R\right] - \sqrt{R^2+1}}\right\}} \quad (43)$$

Onde:

$$P = \frac{T_{c2} - T_{c1}}{T_{h1} - T_{c1}} \quad (15)$$

$$R = \frac{T_{h1} - T_{h2}}{T_{c2} - T_{c1}} \quad (16)$$

A expressão de F é a mesma tanto se o fluido frio está nos tubos, quanto se está no casco. A expressão também é igual, com a alimentação do fluido no casco, em qualquer dos extremos do trocador.

### BIBLIOGRAFIA

Quem quer viver em paz e bem, não deve falar tudo que sabe, nem julgar tudo que vê.  
A pior roda da carroça, faz o maior barulho.

BOWMAN, R.A. ; MUELLER, A. C. ; NAGLE, W. M. Mean Temperature Difference in Design. Transactions of the A.S.M.E. May, 1940.p.283-294.

SWOKOWSKI, E. W. Cálculo com geometria analítica. Volume II. Makron Books do Brasil Editora Ltda. 1979. 1ª ed.

UNDERWOOD, A. J. V. The calculation of the Mean Temperature Difference in Multi-Pass Heat Exchangers. Institution of Petroleum Technologists Journal. vol 20, 1934, pp. 145-end

**Se beber não dirija. Se dirigir, não beba.**

## **DECLARAÇÃO UNIVERSAL DOS DIREITOS DO HOMEM'**

### **Preâmbulo**

**Considerando** que o reconhecimento da dignidade inerente a todos os membros da família humana e de seus direitos iguais e inalienáveis é o fundamento da liberdade, da justiça e da paz no mundo,

---

' A necessidade nunca fez uma boa barganha.

**Considerando** que o desprezo e o desrespeito pelos direitos do homem resultaram em atos bárbaros que ultrajaram a consciência da Humanidade e que o advento de um mundo em que os homens gozem de liberdade de palavra, de crença e da liberdade de viverem a salvo do temor e da necessidade foi proclamado como a mais alta aspiração do homem comum,

**Considerando** ser essencial que os direitos do homem sejam protegidos pelo império da lei, para que o homem não seja compelido, como último recurso, à rebelião contra a tirania e a opressão,

**Considerando** ser essencial promover o desenvolvimento de relações amistosas entre as nações,

**Considerando** que os povos das Nações Unidas reafirmaram, na Carta, sua fé nos direitos fundamentais do homem, na dignidade e no valor de pessoa humana e na igualdade de direitos do homem e da mulher, e que decidiram promover o progresso social e melhores condições de vida em uma liberdade mais ampla,

**Considerando** que os Estados membros se comprometeram a promover, em cooperação com as Nações Unidas, o respeito universal aos direitos e liberdades fundamentais do homem e a observância desses direitos e liberdades,

**Considerando** que uma compreensão comum desses direitos e liberdades é da mais alta importância para o pleno cumprimento desse compromisso,

Agora portanto

## A ASSEMBLÉIA GERAL

### proclama

A presente DECLARAÇÃO UNIVERSAL DOS DIREITOS DO HOMEM como o ideal comum a ser atingido por todos os povos e todas as nações, com o objetivo de que cada indivíduo e cada órgão da sociedade, tendo sempre em mente esta Declaração, se esforce, através do ensino e da educação, por promover o respeito a esses direitos e liberdades, e, pela adoção de medidas progressivas de caráter nacional e internacional, por assegurar o seu reconhecimento e a sua observância universais e efetivos, tanto entre os povos dos próprios Estados Membros, quanto entre os povos dos territórios sob sua jurisdição.

**Artigo I** . Todos os homens nascem livres e iguais em dignidade e direitos. São dotados de razão e consciência e devem agir em relação uns aos outros com espírito de fraternidade.

**Artigo II** . 1 - Todo homem tem capacidade para gozar os direitos e as liberdades estabelecidos nesta Declaração, sem distinção de qualquer espécie, seja de raça, cor, sexo, língua, religião, opinião política ou de outra natureza, origem nacional ou social, riqueza, nascimento, ou qualquer outra condição.

2 - Não será também feita nenhuma distinção fundada na condição política, jurídica ou internacional do país ou território a que pertença uma pessoa, quer se trate de um território independente, sob tutela, sem Governo próprio, quer sujeito a qualquer outra limitação de soberania.

**Artigo III** . Todo homem tem direito à vida, à liberdade e à segurança pessoal.

**Artigo IV** . Ninguém será mantido em escravidão ou servidão; a escravidão e o tráfico de escravos serão proibidos em todas as suas formas.

**Artigo V** . Ninguém será submetido à tortura nem a tratamento ou castigo cruel, desumano ou degradante.

**Artigo VI** . Todo homem tem o direito de ser, em todos os lugares, reconhecido como pessoa perante a lei.

**Artigo VII** . Todos são iguais perante a lei e têm direito, sem qualquer distinção, a igual proteção da lei. Todos têm direito a igual proteção contra qualquer discriminação que viole a presente Declaração e contra qualquer incitamento a tal discriminação.

**Artigo VIII** . Todo homem tem direito a receber dos tribunais nacionais competentes remédio efetivo para os atos que violem os direitos fundamentais que lhe sejam reconhecidos pela constituição ou pela lei.

**Artigo IX** . Ninguém será arbitrariamente preso, detido ou exilado.

**Artigo X** . Todo homem tem direito, em plena igualdade, a uma justa e pública audiência por parte de um tribunal independente e imparcial, para decidir de seus direitos e deveres ou do fundamento de qualquer acusação criminal contra ele.

**Artigo XI** . 1. Todo homem acusado de um ato delituoso tem o direito de ser presumido inocente até que a sua culpabilidade tenha sido provada de acordo com a lei, em julgamento público no qual lhe tenham sido asseguradas todas as garantias necessárias à sua defesa.

2. Ninguém poderá ser culpado por qualquer ação ou omissão que, no momento, não constituíam delito perante o direito nacional ou internacional. Também não será imposta pena mais forte do que aquela que, no momento da prática, era aplicável ao ato delituoso.

**Artigo XII** . Ninguém será sujeito à interferência na sua vida privada, na sua família, no seu lar ou na sua correspondência, nem a ataque à sua honra e reputação. Todo homem tem direito à proteção da lei contra tais interferências ou ataques.

**Artigo XIII** . 1. Todo homem tem direito à liberdade de locomoção e residência dentro das fronteiras de cada Estado.

2. Todo homem tem o direito de deixar qualquer país, inclusive o próprio, e a este regressar.

**Artigo XIV** . 1. Todo homem, vítima de perseguição, tem o direito de procurar e de gozar asilo em outros países.

2. Este direito não pode ser invocado em caso de perseguição legitimamente motivada por crimes de direito comum ou por atos contrários aos objetivos e princípios das Nações Unidas.

**Artigo XV** . 1. Todo homem tem direito a uma nacionalidade.

2. Ninguém será arbitrariamente privado de sua nacionalidade, nem do direito de mudar de nacionalidade.

**Artigo XVI** . 1. Os homens e mulheres de maior idade, sem qualquer restrição de raça, nacionalidade ou religião, têm o direito de contrair matrimônio e fundar uma família. Gozam de iguais direitos em relação ao casamento, sua duração e sua dissolução.

2. O casamento não será válido senão com o livre e pleno consentimento dos nubentes.

3. A família é o núcleo natural e fundamental da sociedade e tem direito à proteção da sociedade e do Estado.

**Artigo XVII** . 1. Todo homem tem direito à propriedade, só ou em sociedade com outros.

2. Ninguém será arbitrariamente privado de sua propriedade.

**Artigo XVIII** . Todo homem tem direito à liberdade de pensamento, consciência e religião; este direito inclui a liberdade de mudar de religião ou crença e a liberdade de manifestar essa religião ou crença, pelo ensino, pela prática, pelo culto e pela observância, em público ou em particular.

**Artigo XIX** . Todo homem tem direito à liberdade de opinião e expressão; este direito inclui a liberdade de, sem interferência, ter opiniões e de procurar, receber e transmitir informações e idéias por quaisquer meios e independentemente de fronteiras.

**Artigo XX** . 1. Todo homem tem direito à liberdade de reunião e associação pacífica.

2. Ninguém pode ser obrigado a fazer parte de uma associação.

**Artigo XXI** . 1. Todo homem tem o direito de tomar parte no Governo de seu país diretamente ou por intermédio de representantes livremente escolhidos.

2. Todo homem tem igual direito de acesso ao serviço público do seu país.

3. A vontade do povo será a base da autoridade do Governo; esta vontade será expressa em eleições periódicas e legítimas, por sufrágio universal, por voto secreto ou processo equivalente que assegure a liberdade de voto.

**Artigo XXII** . Todo homem, como membro da sociedade, tem direito à segurança social, à realização pelo esforço nacional, pela cooperação internacional e de acordo com a organização e recursos de cada Estado, dos direitos econômicos, sociais e culturais indispensáveis à sua dignidade e ao livre desenvolvimento da sua personalidade.

**Artigo XXIII** . 1. Todo homem tem direito ao trabalho, à livre escolha de emprego, a condições justas e favoráveis de trabalho e à proteção contra o desemprego.

---

<sup>1</sup> Permita a todos os homens conhecer-vos, mas nenhum homem conhecer-vos totalmente: os homens liberalmente vadeiam os baixios que vêem.



2. Todo homem, sem qualquer distinção, tem direito a igual remuneração por igual trabalho.
3. Todo homem que trabalha tem direito a uma remuneração justa e satisfatória, que lhe assegure, assim como à sua família, uma existência compatível com a dignidade humana, e a que se acrescentarão, se necessário, outros meios de proteção social.
4. Todo homem tem direito a organizar sindicatos e a neles ingressar para proteção de seus interesses.

**Artigo XXIV** . Todo homem tem direito a repouso e lazer, inclusive a limitação razoável das horas de trabalho e a férias remuneradas periódicas.

**Artigo XXV** . 1. Todo homem tem direito a um padrão de vida capaz de assegurar a si e a sua família saúde e bem-estar, inclusive alimentação, vestuário, habitação, cuidados médicos e os serviços sociais

indispensáveis, e direito à segurança em caso de desemprego, doença, invalidez, viuvez, velhice ou outros casos de perda dos meios de subsistência em circunstâncias fora de seu controle.

2. A maternidade e a infância têm direito a cuidados e assistência especiais. Todas as crianças, nascidas dentro ou fora do matrimônio gozarão da mesma proteção social.

**Artigo XXVI** . 1. Todo homem tem direito à instrução. A instrução será gratuita, pelo menos nos graus elementares e fundamentais. A instrução elementar será obrigatória. A instrução técnico-profissional será acessível a todos, bem como a instrução superior, esta baseada no mérito.

2. A instrução será orientada no sentido do pleno desenvolvimento da personalidade humana e do fortalecimento do respeito pelos direitos do homem e pelas liberdades fundamentais. A instrução promoverá a compreensão, a tolerância e a amizade entre todas as nações e grupos raciais ou religiosos, e coadjuvará as atividades das Nações Unidas em prol da manutenção da paz.

3. Os pais têm prioridade de direito na escolha do gênero de instrução que será ministrada a seus filhos.

**Artigo XXVII** . 1. Todo homem tem o direito de participar livremente da vida cultural da comunidade, de fruir as artes e de participar do progresso científico e de seus benefícios.

2. Todo homem tem direito à proteção dos interesses morais e materiais decorrentes de qualquer produção científica, literária ou artística da qual seja autor.

**Artigo XXVIII** . Todo homem tem direito a uma ordem social e internacional em que os direitos e liberdades estabelecidos na presente Declaração possam ser plenamente realizados.

**Artigo XXIX** . 1. Todo homem tem deveres para com a comunidade, na qual o livre e pleno desenvolvimento de sua personalidade é possível.

2. No exercício de seus direitos e liberdades, todo homem estará sujeito apenas às limitações determinadas pela lei, exclusivamente com o fim de assegurar o devido reconhecimento e respeito dos direitos e liberdades de outrem e de satisfazer as justas exigências da moral, da ordem pública e do bem-estar de uma sociedade democrática.

3. Esses direitos e liberdades não podem, em hipótese alguma, ser exercidos contrariamente aos objetivos e princípios das Nações Unidas.

**Artigo XXX** . Nenhuma disposição da presente Declaração pode ser interpretada como o reconhecimento a qualquer Estado, grupo ou pessoa, do direito de exercer qualquer atividade ou praticar qualquer ato destinado à destruição de quaisquer dos direitos e liberdades aqui estabelecidos.

---

Fonte: **Unic-Rio**

Fonte: [http://www.onu-brasil.org.br/documentos\\_direitoshumanos.php](http://www.onu-brasil.org.br/documentos_direitoshumanos.php)

